Conception des systèmes répartis

Master RTSA
Correction

Janvier 2007

1 Causalité et horloges de Mattern

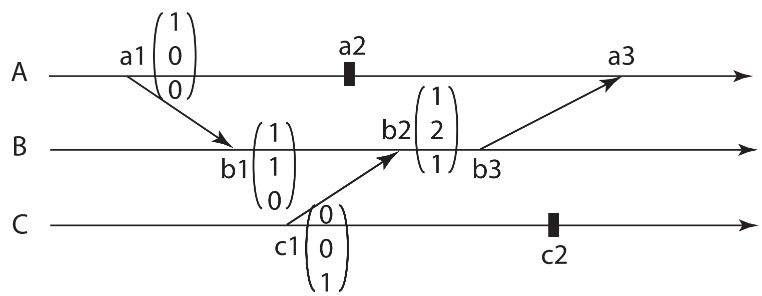

Fig. 1 – Diagramme événementiel d'une exécution répartie

Le diagramme de la figure 1 représente le début d'une exécution répartie. Les premiers événements sont datés à l'aide du mécanisme d'horloge de Mattern.

Questions

1. Compléter le diagramme en affectant leur date aux événements qui ne sont pas datés.
   Réponse les dates sont :
   $$a_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad b_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad c_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$
2. Que représente sémantiquement la somme des éléments d'un vecteur horloge ?
   Réponse La somme des éléments d'un vecteur horloge indique le nombre total d'événements qui précèdent l'événement ayant ce vecteur pour date, plus l'événement lui-même.
3. En vous appuyant sur les dates des événements, indiquer si les événements a_2 et c_2 sont causalement liés ou non.
   Réponse les dates de a_2 et de c_2 vérifient :
   $$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \not< \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \bigwedge \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \not> \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$
   Par conséquent, on a aussi : $a_2 \not\prec c_2 \wedge c_2 \not\prec a_2 \equiv a_2 \| c_2$.

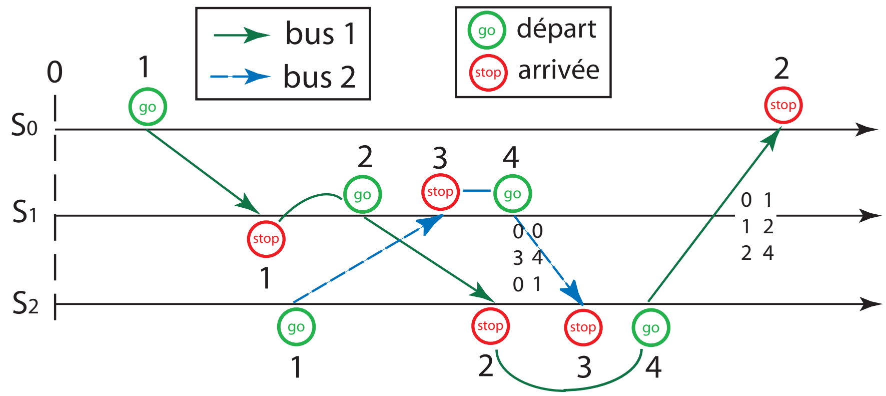

FIG. 2 – Diagramme de circulation des bus

4. Quel est le plus long chemin causal dans cette exécution ?
   Réponse Le plus long chemin est : $a_1 \prec b_1 \prec b_2 \prec b_3 \prec a_3$
5. On considère la suite totalement ordonnée d'événements suivante : $a_1; a_2; c_1; c_2; b_1; b_2; b_3; a_3$. Cette suite est-elle compatible avec les relations causales qui existent entre les même événements sur le diagramme proposé ? Justifiez votre réponse.
   Réponse Cette suite est causalement compatible avec le diagramme proposé car elle respecte les relations causales existant entre événements du diagramme, en l'occurrence :
   $$a_1 \prec a_2 \prec a_3,\ b_1 \prec b_2 \prec b_3,\ c_1 \prec c_2,\ a_1 \prec b_1,\ c_1 \prec b_2,\ b_3 \prec a_3$$
   On retrouve bien dans la séquence proposée les éléments causalement liés dans le même ordre.

2 Contrôle d'un réseau de bus

On considère un réseau de bus comportant N stations $\mathcal{S} = \{s_i : 0 \leq i < N\}$. On note $\mathcal{S}_x$ le sous-ensemble de stations de l'itinéraire du bus x.

On suppose qu'un calculateur embarqué est présent dans chaque bus et peut communiquer avec une borne présente à chaque station. Chaque borne se contente de gérer un compteur d'événements h_s qui comptabilise les arrivées et départs de bus à la station correspondante s. Ce compteur est donc simplement incrémenté de 1 lors de chaque événement d'arrivée ou de départ d'un bus. C'est une horloge locale qui compte les événements locaux.

Le calculateur embarqué dans un bus gère, lors de chaque visite de station, deux vecteurs de dimension N égale au nombre de stations :

– le vecteur $A[N]$ indique pour chaque station s visitée par le bus, la valeur de l'horloge locale de la station s lorsque le bus est arrivé pour la dernière fois à la station s. Ce vecteur est mis à jour lorsque le bus arrive à la station en utilisant h_s.
– le vecteur $D[N]$ indique pour chaque station s visitée par le bus, la valeur de l'horloge locale de la station s lorsque le bus est parti pour la dernière fois de la station s. Ce vecteur est mis à jour lorsque le bus quitte la station en utilisant h_s.

Par ailleurs, on suppose que le calculateur embarqué mémorise la suite de couples de vecteurs associés à chaque étape (journal mémorisant le parcours du bus). On notera (A_i, D_i) le ième couple de vecteurs.

La figure 2 représente un diagramme de circulation de deux bus. Le premier accomplit une boucle (s_0, s_1, s_2) et le deuxième, une navette entre les stations s_1 et s_2. Les couples de vecteurs transportés par les bus sont indiqués sur le diagramme, pour leur dernier déplacement, dans l'ordre (A, D).

Questions

6. Donner les valeurs des couples de vecteurs (A, D) pour les trois déplacements où ils ne sont pas précisés. Montrer que, pour tout couple de vecteurs (A, D) transporté par un bus en marche, on a l'invariant :

$$\textbf{invariant}\ \forall s : 0 \leq s < N :: D[s] > 0 \Rightarrow A[s] < D[s]$$

Réponse Il faut envisager deux cas : à partir de l'état initial lorsque le bus démarre, et ensuite, après chaque arrêt à une station.

Initialement le vecteur (A, D) est nul. Lorsqu'un bus démarre, il provoque un événement de départ, donc s'il démarre à une station s, on a, dans le couple de vecteurs $A[s] = 0$ et $D[s] > 0$. L'invariant est donc vérifié.

Ensuite, le couple embarqué est modifié à la suite d'un arrêt. Si le couple (A, D) vérifiait l'invariant avant un arrêt à la station s, alors, après son départ de la station s, les mises à jour du couple se limitent à la mise à jour de l'élément $A[s]$ et de l'élément $D[s]$. Or, ces deux mises à jour sont faites dans cet ordre et les valeurs affectées sont celles de l'horloge locale h_s. L'horloge ne pouvant que croître, on a donc bien $A[s] < D[s]$. Par conséquent, l'invariant reste vérifié.

7. Montrer que la modélisation événementielle de la circulation des bus est assimilable à une exécution répartie composée de jetons circulants. Pour cela, donner les éléments qui se correspondent dans les deux modèles.

Réponse Le tableau suivant donne les correspondances entre entités et événements.

Modèle du réseau de bus	Modèle du jetons circulants
bus	message jeton
station	site
départ d'un bus	émission d'un message jeton
arrivée d'un bus	réception d'un message jeton
couple de vecteurs	valeur du message jeton
horloge de la station	variable locale au site

En résumé, la circulation d'un bus est assimilable à celle d'un message jeton.

8. Détection des possibilités de correspondance : Soit deux couples de vecteurs : (A^x, D^x) et (A^y, D^y), quelle est la condition vérifiée par ces vecteurs (certains éléments de ces vecteurs) si le bus y est arrivé à la station s alors que le bus x était encore arrêté en s. Préciser à partir de quel moment cette condition sera connue (détectable).

Réponse Dans un tel cas, un événement d'arrivée de y dans un station s doit être compris entre l'arrivée et le départ de x en s soit donc :

$$\exists i, j : A_i^x[s] < A_j^y[s] < D_i^x[s]$$

Il faut donc disposer du couple $(A_i^x[s], D_i^x[s])$ connu seulement après le départ de x de la station s.

On souhaite contrôler certaines propriétés ou anomalies durant le parcours des bus à partir des suites de couples de vecteurs enregistrés dans leur journal. On s'intéresse aux bus qui desservent la même ligne.

9. On suppose que les bus s'arrêtent systématiquement aux stations.
   - Si des bus se suivent sur la même ligne sans jamais se rencontrer à une station, quelle condition est vérifiée par leur suite de couples de vecteurs ?

     Réponse Supposons que les bus x et y desservent la même ligne visitant un ensemble de stations $\mathcal{S}_0$ et que le bus y suive le bus x, alors :

$$\forall i > 0, \forall s \in \mathcal{S}_0 : D_i^x[s] < A_i^y[s]$$

– Si deux bus desservent la même ligne, peut-on détecter qu'ils se sont doublés entre deux stations ?
Réponse S'ils se doublent (une fois), cette situation se produit entre deux stations s et s' consécutives dans l'itinéraire commun des deux bus. Il faut alors que le dernier des deux bus partis de s arrive avant l'autre en s', soit donc le prédicat suivant :

$$\exists i > 0 : D_i^x[s] < D_i^y[s] \wedge A_{i+1}^y[s'] < A_{i+1}^x[s']$$

Cette formule se généralise très simplement au cas de bus circulant sur des itinéraires différents mais ayant en commun le tronçon (s, s') :

$$\exists i, j > 0 : D_i^x[s] < D_j^y[s] \wedge A_{j+1}^y[s'] < A_{i+1}^x[s']$$

Attention : Si les bus pouvaient se doubler plusieurs fois, on ne pourrait détecter qu'un nombre impair de dépassements.

10. On suppose maintenant que les bus peuvent ne pas s'arrêter à une station s'il n'y a pas de client. Peut-on détecter qu'ils se doublent ? Si oui, comment ? Sinon, pourquoi ?

    Réponse On peut remarquer que les prédicats précédents impliquent que les bus s'arrêtent dans deux stations successives. S'ils ne s'arrêtent pas à chaque station, partant d'une station de départ commune, ils pourront se doubler autant qu'ils le veulent tant qu'ils ne s'arrêteront pas à une même station.

    Reste le cas deux arrêts consécutifs communs dans deux stations **non** consécutives. Soit s et s' ces deux stations. Alors la condition de la question précédente reste valide pour détecter … que les deux bus se sont doublés un nombre impair de fois entre ces deux stations.